

## 7. Магнитные цепи с постоянной магнитодвижущей силой

В современной технике очень широко используются устройства для преобразования электрической энергии в механическую. Практически все они основаны на взаимодействии магнитных полей с электрическим током в проводниках. Не менее важную роль в технике играют устройства преобразования переменных напряжений и токов, основанные на явлении электромагнитной индукции, работа которых невозможна без формирования магнитного поля с определёнными параметрами. Поэтому наряду с процессами, связанными с движением зарядов в электрических цепях, необходимо анализировать процессы возбуждения и формирования магнитных полей. Совокупность технических устройств и объектов, возбуждающих магнитные поля и формирующих пути для их распространения, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий магнитодвижущей силы, магнитного потока и разности магнитных потенциалов называется *магнитной цепью*.

### 7.1. Основные понятия и законы магнитных цепей

Магнитные поля возбуждаются либо электрическим током, протекающим по проводникам, которым придаётся определённая форма, и называемым обмотками или катушками, либо постоянными магнитами.

Характеристиками магнитного поля являются магнитная индукция и напряжённость. Магнитная индукция это векторная величина, характеризующая магнитное поле в каждой точке пространства. При прочих равных условиях она определяет силу, действующую на проводник, по которому протекает электрический ток, со стороны магнитного поля и величину ЭДС, наводимой магнитным полем в проводнике. Оба эти явления непосредственно используются в преобразователях электрической энергии. Поэтому во всех

технических устройствах требуется создание магнитных полей с возможно более высоким значением индукции.

Эта задача решается применением конструкций из ферромагнитных материалов, называемых *магнитопроводами*. На рис. 7.1, а показано магнитное поле цилиндрической катушки, расположенной в воздушной

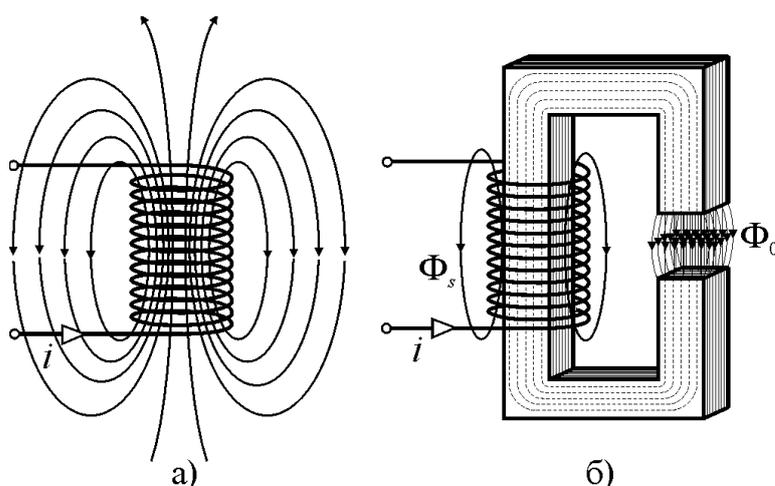


Рис. 7.1

среде, а на рис. 7.1, б поле этой же катушки при том же значении тока, но установленной на магнитопроводе. В зазоре магнитопровода индукция магнит-

ного поля в десятки и сотни раз выше, чем в любой точке поля без магнитопровода. Это связано с тем, что под действие поля катушки материал магнитопровода намагничивается и создаёт дополнительное магнитное поле, усиливающее внешнее поле. В общем случае вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  определяется как

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{J} = \mu \mu_0 \mathbf{H}, \quad (7.1)$$

где:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная проницаемость вакуума;  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость среды;  $\mathbf{H}$  – вектор напряжённости магнитного поля;  $\mathbf{J}$  – вектор намагниченности среды. В изотропной среде все три вектора имеют одинаковые направления. В неферромагнитных средах  $\mathbf{J} \ll \mathbf{H}$ ,  $\mu \approx 1,0$  и  $\mathbf{B} \approx \mu_0 \mathbf{H}$ . В ферромагнетиках  $\mathbf{J} \gg \mathbf{H}$ ,  $\mu \gg 1,0$ . Индукция магнитного поля изменяется в теслах [Тл].

Напряжённость магнитного поля это характеристика определяемая, только свойствами системы его возбуждения, т.е. геометрической формой проводников и протекающим в них током. На основании опытных данных установлено, что интеграл вектора напряжённости магнитного поля вдоль любого замкнутого контура равен алгебраической сумме токов, сцеплённых с этим контуром:

$$\oint_l \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum \pm I. \quad (7.2)$$

Это выражение называется *законом полного тока*. Правая часть выражения (7.2) называется *магнитодвижущей силой* (МДС) или *намагничивающей силой* (НС). Она измеряется в единицах измерения тока – амперах. Единицей измерения напряжённости магнитного поля является ампер на метр [А/м].

Если контур интегрирования можно разделить на  $n$  участков, в пределах которых поле однородно и направление пути  $d\mathbf{l}$  на каждом участке выбрать совпадающим с направлением вектора напряжённости  $\mathbf{H}$ , то интеграл в (7.2) можно заменить суммой произведений напряжённостей на длину участков:

$$\sum_{k=1}^n H_k l_k = \sum \pm I. \quad (7.3)$$

Если при этом контур интегрирования проходит по оси катушки с числом витков  $w$  и током  $I$ , то в правой части вместо суммы токов будет произведение  $Iw$ . В общем случае в контуре интегрирования может быть  $m$  катушек с разными токами и разными направлениями из протекания. Тогда выражение (7.3) будет иметь вид:

$$\sum_{k=1}^n H_k l_k = \sum_{p=1}^m \pm I_p w_p = \sum_{p=1}^m \pm F_p, \quad (7.4)$$

где  $F_p = I_p w_p$  – магнитодвижущая сила  $p$ -й катушки.

Произведение напряжённости магнитного поля на длину участка  $H_k l_k = U_{mk}$  называется *магнитным напряжением* участка магнитной цепи. Используя это понятие, можно преобразовать уравнение (7.4)

$$\sum_{k=1}^n U_{mk} = \sum_{p=1}^m \pm F_p. \quad (7.5)$$

Полученное уравнение по форме напоминает второй закон Кирхгофа для электрических цепей, т.к. устанавливает равенство магнитных напряжений вдоль замкнутого контура магнитной цепи алгебраической сумме МДС, действующих в контуре.

Магнитная индукция характеризует поле в каждой точке, но не даёт представления о магнитном поле в какой-либо области пространства. Для такой характеристики вводится понятие *потока вектора магнитной индукции* или просто *магнитного потока* через поверхность. Он определяется как поверхностный интеграл вектора магнитной индукции

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_S B \cos \alpha dS,$$

где  $dS$  – элемент поверхности  $S$ ;  $\alpha$  – угол между направлением вектора магнитной индукции и перпендикуляром к поверхности  $dS$ . Для поверхности перпендикулярной вектору магнитной индукции во всех точках это выражение упрощается

$$\Phi = BS. \quad (7.6)$$

В этом случае магнитная индукция равна плотности магнитного потока  $B = \Phi/S$ .

Магнитный поток измеряется в веберах  $[Вб]=[Тл][м^2]$ .

Магнитное напряжение  $k$ -го участка магнитной цепи определяется как  $U_{mk} = H_k l_k^*$ . Выразим напряжённость через магнитную индукцию на этом участке –  $U_{mk} = B_k l_k / (\mu_k \mu_0)$ . Тогда для любой поверхности  $S_k$  перпендикулярной направлению  $l_k$  справедливо выражение (7.6) и магнитное напряжение приобретает вид:

$$U_{mk} = \Phi_k \frac{l_k}{\mu_k \mu_0 S_k} = \Phi_k R_{mk}, \quad (7.7)$$

где  $R_{mk} = \frac{l_k}{\mu_k \mu_0 S_k}$  – магнитное сопротивление  $k$ -го участка цепи.

Выражение (7.7) формально аналогично закону Ома для электрической цепи и устанавливает связь между магнитным напряжением, потоком и сопротивлением. Однако эта аналогия, как и аналогия закона полного тока с законом Кирхгофа, чисто формальная и просто позволяет использовать при

\* Здесь деление магнитной цепи на участки выполнено при условии однородности поля в пределах участка и совпадения направлений вектора напряжённости и отрезка  $l_k$  контура магнитной цепи

анализе магнитных цепей методы сходные с методами анализа цепей электрических.

### Вопросы для самопроверки

1. Что такое магнитная цепь?
2. Для чего нужен магнитопровод?
3. Сформулируйте закон полного тока.
4. Как формулируется второй закон Кирхгофа для магнитных цепей и следствием какого физического закона он является?
5. Что такое поток вектора магнитной индукции?
6. Почему для характеристики магнитного поля недостаточно понятия индукции?

## 7.2. Свойства ферромагнитных материалов

Ферромагнитными называются материалы на основе железа, кобальта, никеля и некоторые другие материалы и сплавы. Они отличаются от других материалов особыми магнитными свойствами, главными из которых являются очень высокая магнитная проницаемость и способность усиливать внешнее магнитное поле. Однако все они обладают существенно нелинейной зависимостью  $B = f(H)$ , что сильно затрудняет анализ магнитных цепей, содержащих участки с ферромагнетиками, и создаёт некоторые сложности при эксплуатации электротехнических устройств. Тем не менее, без ферромагнитных конструкций немислимо эффективное преобразование электрической энергии.

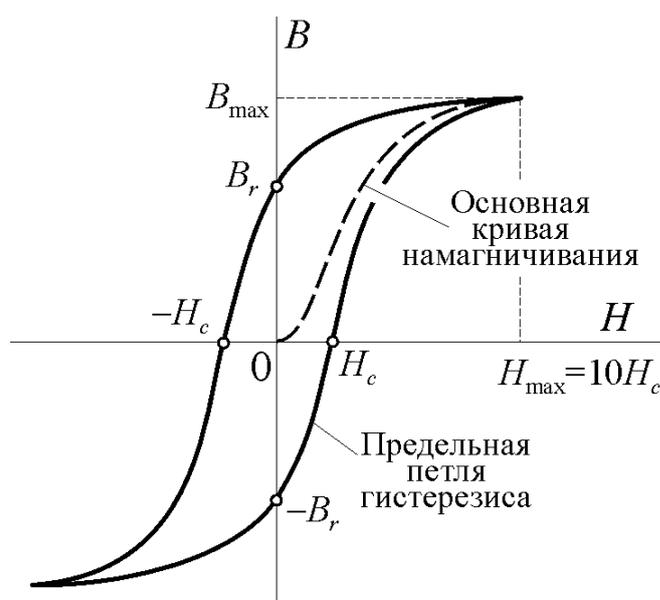


Рис. 7.2

Зависимость  $B = f(H)$  для ферромагнетиков, называемая петлёй гистерезиса, имеет вид, показанный на рис. 7.2. Она характеризуется максимальным значением индукции в режиме насыщения  $B_{\max}$ , остаточной индукцией  $B_r$  и коэрцитивной силой  $H_c$ . Отношение  $k_{\square} = B_r / B_{\max}$  называется коэффициентом прямоугольности.

По величине коэрцитивной силы ферромагнетики делятся на магнитомягкие ( $H_c < 100$  А/м) с узкой петлёй гистерезиса и магнитотвёрдые ( $H_c > 20 \dots 30$  кА/м)

с широкой петлёй. Магнитомягкие материалы используются для изготовления магнитопроводов, а магнитотвёрдые для изготовления постоянных магнитов. Это связано с тем, что при переменном магнитном потоке происходит

перемагничивание материала магнитопровода и потери энергии при этом прямо пропорциональны площади петли гистерезиса. Поэтому чем уже эта петля, т.е. чем меньше коэрцитивная сила ферромагнетика, тем меньше затраты энергии, связанные с процессом перемагничивания.

Основным материалом, используемым в электротехнических устройствах для изготовления магнитопроводов, является электротехническая сталь, представляющая собой сплав железа с кремнием (кремния до 5%). Она обладает высокой магнитной проницаемостью и малыми потерями на перемагничивание и вихревые токи.

Анализ процессов в магнитных цепях с учётом явления гистерезиса крайне сложен, поэтому расчёт производится с использованием основной кривой намагничивания материала магнитопровода или путём замены гистерезисной кривой эквивалентным эллипсом.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Чем отличаются ферромагнетики от других материалов?
2. По какому признаку происходит разделение ферромагнетиков на магнитомягкие и магнитотвёрдые?
3. Что такое коэффициент прямоугольности?

#### **7.3. Расчёт неразветвлённой магнитной цепи**

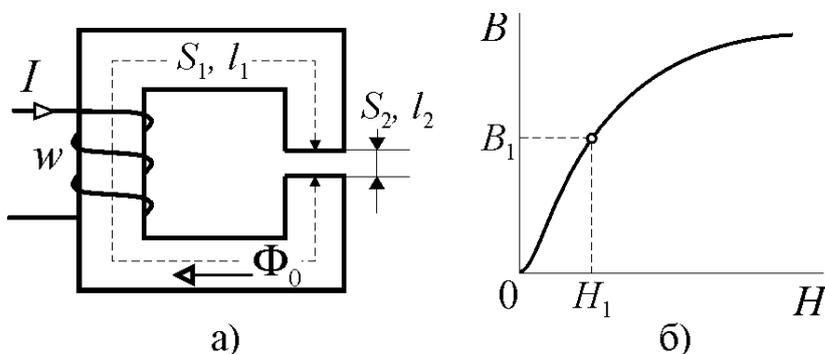


Рис. 7.3

Неразветвлённой магнитной цепью называется цепь, по всем элементам которой замыкается один и тот же магнитный поток. Если пренебречь небольшим замыкающимся по воздуху потоком рассеяния  $\Phi_s$ , то к неразветвлённым можно отнести

магнитную цепь на рис. 7.1, б, схема которой приведена на рис. 7.3, а.

Рассмотрим на примере этой цепи решение прямой и обратной задач встречающихся при расчёте. Прямая задача заключается в определении МДС цепи при заданном магнитном потоке, а обратная – в определении магнитного потока для заданной МДС. При этом предполагается, что геометрические параметры и кривые намагничивания участков цепи известны.

Пусть площадь поперечного сечения магнитопровода одинакова на всех участках и равна  $S_1$ . За счёт «выпучивания» линий магнитной индукции в воздушном зазоре (рис. 7.1, б) площадь его поперечного сечения несколько больше и равна  $S_2$ . Длины средних линий магнитопровода и зазора равны соответственно  $l_1$  и  $l_2$ .

### 7.3.1. Прямая задача

Определим МДС цепи, необходимую для проведения по ней магнитного потока  $\Phi$ . По закону полного тока (7.4)

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 = Iw. \quad (7.8)$$

Магнитный поток в магнитопроводе и в зазоре одинаков, поэтому в соответствии с выражением (7.6)

$$\Phi_0 = B_1 S_1 = B_2 S_2. \quad (7.9)$$

Напряжённость  $H_2$  для воздушного зазора определяется с учётом (7.9) как  $H_2 = B_2 / \mu_0 = \Phi_0 / (S_2 \mu_0)$ , а напряжённость  $H_1$  определяется по кривой намагничивания рис. 7.3, б в соответствии со значением магнитной индукции  $B_1 = \Phi_0 / S_1$ .

Подставляя полученные значения напряжённостей  $H_1$  и  $H_2$  в (7.8), получим искомое значение МДС цепи  $F = Iw$ . Найденное значение МДС позволяет определить либо число витков катушки  $w$ , если задано значение тока в ней  $I$ , либо ток в катушке при заданном числе витков. После чего можно рассчитать конструктивные параметры катушки и параметры её источника питания.

### 7.3.2. Обратная задача

Задача определения магнитного потока в цепи при заданной МДС более сложная. Она решается графически или графоаналитически, либо численными методами, если кривая намагничивания задана аналитически в виде уравнения функции  $B = f(H)$ .

Уравнение (7.8) с учётом выражений (7.5) и (7.7) можно представить в виде:

$$\Phi_0 \frac{l_1}{\mu_1(U_{M1}) \mu_0 S_1} + \Phi_0 \frac{l_2}{\mu_0 S_2} = \Phi_0 [R_{M1}(U_{M1}) + R_{M2}] = Iw = F, \quad (7.10)$$

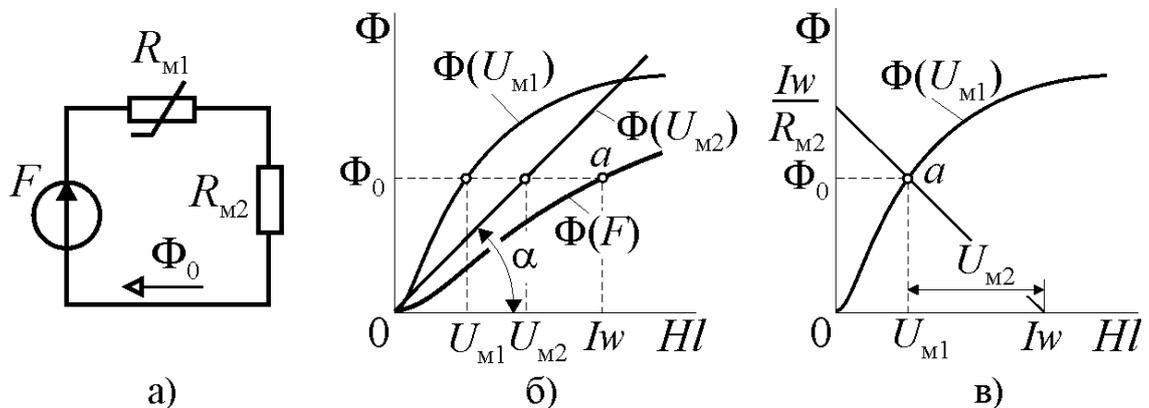


Рис. 7.4

где  $R_{M1}$  и  $R_{M2}$  магнитные сопротивления первого и второго участков цепи. Сопротивление магнитопровода  $R_{M1}$  нелинейное, т.к. его значение зависит от

магнитной проницаемости ферромагнетика  $\mu_1 = f(H)$ , а сопротивление воздушного зазора  $R_{m2}$  линейное.

Уравнение (7.10) можно представить схемой замещения магнитной цепи приведённой на рис. 7.4, а. Она аналогична электрической цепи с последовательным соединением нелинейного и линейного сопротивлений и для её расчёта можно использовать методы расчёта электрических цепей с нелинейными элементами.

В частности, можно решить задачу определения потока построением вебер-амперной характеристики цепи и графически найти точку, соответствующую заданной МДС. Для этого нужно построить вебер-амперные характеристики обоих участков. Вебер-амперная характеристика магнитопровода получается умножением абсцисс и ординат точек кривой намагничивания на  $l_1$  и на  $S_1$  соответственно (кривая  $\Phi(H_1 \cdot l_1) = \Phi(U_{m1})$  на рис. 7.4, б). Вебер-амперная характеристика воздушного зазора  $\Phi(U_{m2})$  представляет собой прямую линию под углом  $\alpha = \text{arcctg}(R_{m2}m_\Phi / m_U)$  к оси абсцисс, где  $m_\Phi, m_U$  – масштабы осей магнитного потока и напряжения. Суммируя абсциссы характеристик обоих участков, мы получим вебер-амперную характеристику всей магнитной цепи  $\Phi(F)$ , с помощью которой по заданной МДС  $Iw$  определим магнитный поток  $\Phi_0$ .

Эту же задачу можно решить методом нагрузочной характеристики. По отношению к нелинейному сопротивлению  $R_{m1}$  источник МДС  $F$  и линейное сопротивление  $R_{m2}$  эквивалентны источнику ЭДС и внутреннему сопротивлению активного линейного двухполюсника в электрической цепи. Вебер-амперная характеристика такого магнитного «двухполюсника» представляет собой линию, проходящую через точку  $F = Iw$  на оси абсцисс и точку  $Iw/R_{m2}$  на оси ординат. Она эквивалентна нагрузочной характеристике в электрической цепи, и ордината точки её пересечения с характеристикой  $\Phi(U_{m1})$  даст искомое значение магнитного потока  $\Phi_0$ .

Метод нагрузочной характеристики удобен также для качественного анализа состояния магнитной цепи при вариации размеров и свойств различных участков. Так, например, изменение МДС катушки будет приводить к параллельному смещению нагрузочной характеристики и соответствующему изменению положения рабочей точки  $a$ , а изменение воздушного зазора – к изменению её наклона.

### 7.3.3. Цепь с постоянным магнитом

В современной технике для возбуждения магнитных полей очень часто используются постоянные магниты. Они изготавливаются из специальных магнитотвёрдых материалов с большой коэрцитивной силой. После механической обработки магнит помещается в поле мощного электромагнита и несколькими циклами перемагничивания выводится на предельную петлю гис-

терезиса. В результате после отключения питания электромагнита состояние постоянного магнита характеризуется частью петли гистерезиса, находящейся во втором квадранте и называемой *кривой размагничивания* (кривая  $B_1(H_1)$  на рис. 7.5).

Поскольку постоянный магнит используется для тех же целей, что и электромагнит, то магнитная цепь устройства с постоянным магнитом ничем в принципе не отличается рассмотренной выше цепи с катушкой возбуждения магнитного поля. Различие заключается только в том, что источник МДС находится в теле постоянного магнита, поэтому правая часть уравнения (7.8) равна нулю, т.е.  $Iw = 0$ .

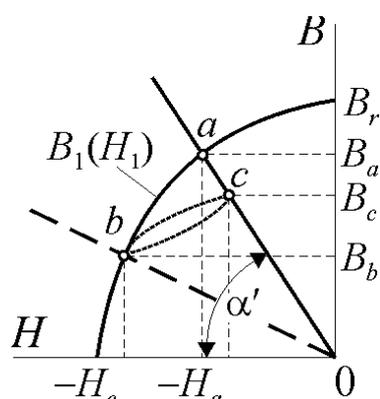


Рис. 7.5

вания

Задачей расчёта магнитной цепи с постоянным магнитом является определение магнитной индукции в его воздушном зазоре. Она решается также как для электромагнита методом нагрузочной характеристики, иначе называемого методом пересечения характеристик. Для постоянного магнита это обычно делается в координатах  $HB$ , поэтому магнитное сопротивление воздушного зазора

ра  $R_{M2} = \frac{l_2}{\mu_0 S_2}$  приводится к размерам магнита

$S_1, l_1$ , для которого построена кривая размагничивания

$$R'_{M2} = R_{M2} \frac{S_1}{l_1}.$$

Внешняя МДС цепи равна нулю, поэтому характеристику воздушного зазора строят из начала координат под углом  $\alpha' = -\text{arctg}(R'_{M2} m_B / m_H)$ , где  $m_B, m_H$  – масштабы осей магнитной индукции и напряжённости магнитного поля. Ордината точки пересечения кривой размагничивания и характеристики воздушного зазора  $a$  определяет магнитную индукцию в зазоре.

Приведённое магнитное сопротивление  $R'_{M2}$  называют также коэффициентом размагничивания постоянного магнита, т.к. оно определяет степень уменьшения магнитной индукции в зазоре по сравнению с остаточной индукцией. Увеличение воздушного зазора, например, при извлечении из него какого-либо элемента магнитопровода, приведёт к увеличению магнитного сопротивления и перемещению рабочей точки магнитной цепи в положение  $b$  (рис. 7.5). При восстановлении зазора рабочая точка не вернётся в прежнее положение  $a$ , а переместится по кривой частного гистерезисного цикла в положение  $c$  и новое значение магнитной индукции будет меньше начального ( $B_c < B_a$ ). Это явление нужно учитывать при работе с устройствами, в которых магнитное поле возбуждается постоянными магнитами.

### 7.3.4. Сила притяжения магнита

Независимо от способа возбуждения магнитного поля положение рабочей точки определяет запас энергии в зазоре, т.к. удельная магнитная энергия равна  $w_m = B_2 H_2 / 2$  [Дж/м<sup>3</sup>]. Для зазора с размерами  $S_2, l_2$  энергия поля равна

$$W_2 = \frac{B_2 H_2}{2} S_2 l_2.$$

Изменение длины зазора  $l_2$  приведёт к изменению энергии поля и потребует приложения силы

$$F = \frac{dW_m}{dl_2} = \frac{B_2 H_2}{2} S_2 = \frac{B_2^2 S_2}{2\mu_0}. \quad (7.11)$$

Сила  $F$  является силой притяжения, создаваемой магнитом. Как следует из (7.11), она определяется величиной магнитной индукции в воздушном зазоре. Изменением значения индукции, например, изменением тока в катушке, можно регулировать силу притяжения, что часто используется в устройствах с втяжными электромагнитами. Чаще всего силой притяжения управляют в дискретном режиме, т.е. включая и выключая ток катушки. Так работают магниты различных реле, контакторов, подъёмных устройств и т.п. Но с помощью электромагнита можно также плавно управлять усилиями в различных механизмах, в особенности тех из них, где требуется создать поступательное движение.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Что такое неразветвлённая магнитная цепь?
2. Как формулируются прямая и обратная задачи расчёта магнитной цепи?
3. Как решается прямая (обратная) задача?
4. Что такое кривая размагничивания?
5. Чем отличается расчёт магнитной цепи с постоянным магнитом от расчёта цепи с электромагнитом?
6. Почему магнитное сопротивление воздушного зазора называется коэффициентом размагничивания?
7. Почему после изменения воздушного зазора невозможно восстановить прежнее состояние магнитной цепи?
8. Чем определяется сила притяжения электромагнита?
9. Как осуществляют управление величиной силы притяжения?